

Exercice 1. Regroupement par classes

On souhaite étudier la loi de la variable aléatoire $X = \lfloor Y \rfloor$ avec $Y \hookrightarrow \mathcal{N}(5, 1)$. Pour cela, on réalise n simulations de la loi de X :

```
n=input('entrez la valeur de n :'), X=floor(grand(1,n,'nor',5,1))
```

1. La variable aléatoire X est-elle discrète ou à densité ?

Y suit une loi normale, donc est une variable aléatoire à densité. En revanche, une partie entière est un entier donc $\lfloor Y \rfloor$ prend des valeurs entières. X est donc une variable aléatoire discrète.

2. Écrire des commandes permettant de tracer le diagramme en bâtons associé à cette série.

Indication : utiliser la fonction `bar` définie dans le cours d'informatique *Outils graphiques de Scilab*.

```
--> n=input('entrez la valeur de n :'); X=floor(grand(1,n,'nor',5,1));
// loi normale de n vecteurs de paramètres N(5,1)
--> m=tabul(X,'i')
m =
```

```
1.    1.
2.   29.
3.  128.
4.  339.
5.  342.
6.  137.
7.   23.
8.    1.
```

```
--> bar(m(:,1),m(:,2))
```

3. Grouper cette série en 10 classes de même amplitude s'étalant sur $[0, 10]$, utiliser la fonction `dsearch` pour savoir combien de valeurs sont dans chaque classe et enfin tracer l'histogramme associé à cette série pour confirmer le calcul fait par `dsearch`.

Indication : utiliser la fonction `histplot` définie dans le cours d'informatique *Outils graphiques de Scilab*.

```
--> n=input('entrez la valeur de n :'); X=floor(grand(1,n,'nor',5,1));
// loi normale de n vecteurs entiers naturels de paramètre N(5,1)
--> s=linspace(0,10,11); [a,b]=dsearch(X,s), disp(b)
// a retourne le numéro de la classe dans laquelle se trouve chaque élément de x.
// b retourne le nombres d'éléments dans chaque classe.
--> histplot(s,X)
```

4. Obtenir la moyenne, la variance empirique et le mode de X .

```
--> mean(X); variance(X);
```

D'après le diagramme en bâtons, le mode de X est la modalité 5.

5. Obtenir l'étendue et les quartiles de X .

```
--> quart(X); max(X)-min(X);
```

Exercice 2. Échantillon et loi

On admet que le poids (en kg) d'un enfant de 3 mois suit une loi normale de paramètres 5 et 1. On considère les commandes suivantes :

```
n=input('entrez la valeur de n :'), X=grand(1,n,'nor',5,1)
```

On dispose ainsi d'une série statistique X comportant le poids de n enfants de 3 mois.

1. Écrire des commandes permettant de grouper cette série en 20 classes de même amplitude pour des valeurs allant de 0 à 10.

```
--> n=input('entrez la valeur de n :'); X=grand(1,n,'nor',5,1);
// loi normale de n vecteurs de paramètre N(5,1)
--> s=linspace(0,10,21); [a,b]=dsearch(X,s)
// a retourne le numéro de la classe dans laquelle se trouve chaque élément de x.
// b retourne le nombres d'éléments dans chaque classe.
```

2. Faire tracer sur le même dessin, l'histogramme et la courbe représentant la fonction $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-(x-5)^2/2)$, densité d'une variable aléatoire suivant la loi $\mathcal{N}(5,1)$. Vous pouvez essayer différentes valeurs de n : par exemple, $n = 100, 1000, 10000$, que remarquez-vous ?

```
--> n=input('entrez la valeur de n :'); X=grand(1,n,'nor',5,1);
// loi normale de n vecteurs de paramètre N(5,1)
--> s=linspace(0,10,21); histplot(s,X)
--> a=0:0.01:10; plot2d(a,exp(-(a-5).^2/2)/sqrt(2*pi))
```

On remarque que plus le nombre n d'enfants augmente, plus la forme de l'histogramme se rapproche de la forme de la densité.

Exercice 3. Diagrammes circulaires

1. On considère l'expérience suivante : on lance 10 fois une pièce équilibrée et on note le nombre de piles obtenues. On réalise n fois cette expérience.

```
n=input('entrez la valeur de n :'), X=grand(1,n,'bin',10,0.5)
```

On dispose ainsi d'une série statistique X avec n valeurs entières.

Écrire des commandes permettant de tracer le diagramme circulaire associé à cette série.

Indication : utiliser la fonction `pie` définie dans le cours d'informatique *Outils graphiques de Scilab*.

```
--> n=input('entrez la valeur de n :'), X=grand(1,n,'bin',10,0.5);
// loi binomiale de n vecteurs de paramètre 10 et 0.5 (10 lancers de pièce)
--> m=tabul(X,'i'); pie(m(:,2))
```

2. (a) Même question en considérant n lancers d'un dé à 6 faces :

```
n=input('entrez la valeur de n :'), X=grand(1,n,'uin',1,6)
```

```
--> n=input('entrez la valeur de n :'), X=grand(1,n,'uin',1,6);
// loi uniforme de n vecteurs sur l'intervalle entier [1,6]
--> m=tabul(X,'i'); pie(m(:,2))
```

- (b) Quel commentaire peut-on faire à propos du dernier diagramme ?

On observe que pour un grand nombre d'expériences (n grand) les valeurs prises par X sont pratiquement équiréparties.

Exercice 4. Mode, médiane et moyenne

1. (a) On considère la série statistique :

```
X=grand(1,10000,'nor',25,3)
```

Écrire des commandes permettant le calcul de la médiane et de la moyenne de cette série, et tracer l'histogramme en 40 classes de même amplitude pour des valeurs allant de 15 à 35, afin d'en déduire le mode de cette série.

```
--> X=grand(1,10000,'nor',25,3); s=linspace(15,35,41);
--> me=median(X), m=mean(X), histplot(s,X)
```

- (b) Même questions, mais avec un histogramme en 15 classes de même amplitude pour des valeurs allant de 5 à 20, avec la série :

```
X=grand(1,10000,'nor',13,sqrt(5))
```

```
--> X=grand(1,10000,'nor',13,sqrt(5)); s=linspace(5,20,16);
--> me=median(X), m=mean(X), histplot(s,X)
```

2. Quel résultat concernant le mode, la médiane et la moyenne d'une loi normale les questions précédentes ont-elles illustré ?

Si une variable aléatoire suit une loi normale, son mode et sa médiane sont égaux à sa moyenne.